

Глава 1. Электродинамика

Магнитное поле

1.20. Электромагнитная индукция. Правило Ленца

Явление *электромагнитной индукции* было открыто выдающимся английским физиком М. Фарадеем в 1831 г. Оно заключается в возникновении электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении во времени *магнитного потока*, пронизывающего контур.

Магнитным потоком Φ через площадь S контура называют величину

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha,$$

\vec{B} \vec{n}

где B – модуль вектора магнитной индукции, α – угол между вектором и нормалью к плоскости контура (рис. 1.20.1).

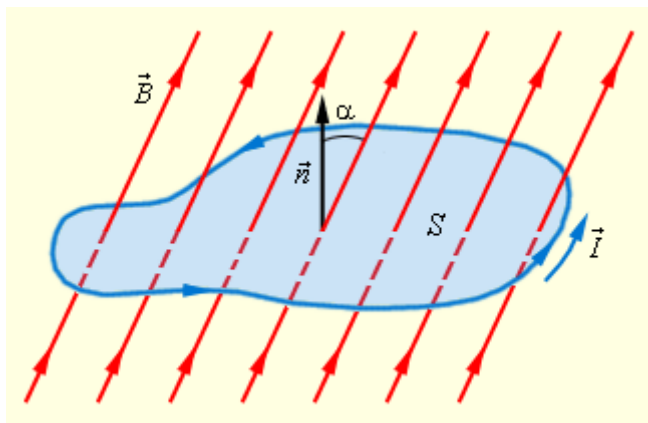


Рисунок 1.20.1.

\vec{n}
Магнитный поток через замкнутый контур. Направление нормали и
 \vec{I}
выбранное положительное направление обхода контура связаны правилом
правого буравчика.

Определение магнитного потока нетрудно обобщить на случай неоднородного магнитного поля и неплоского контура. Единица магнитного потока в системе СИ называется *вебером* (Вб). Магнитный поток, равный 1 Вб, создается магнитным полем с индукцией 1 Тл, пронизывающим по направлению нормали плоский контур площадью 1 м²:

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2.$$

Фарадей экспериментально установил, что при изменении магнитного потока в проводящем контуре возникает ЭДС индукции $E_{\text{инд}}$, равная скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, взятой со знаком минус:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Опыт показывает, что индукционный ток, возбуждаемый в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, всегда направлен так, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток. Это утверждение называется *правилом Ленца* (1833 г.).

Рис. 1.20.2 иллюстрирует правило Ленца на примере неподвижного проводящего контура, который находится в однородном магнитном поле, модуль индукции которого увеличивается во времени.

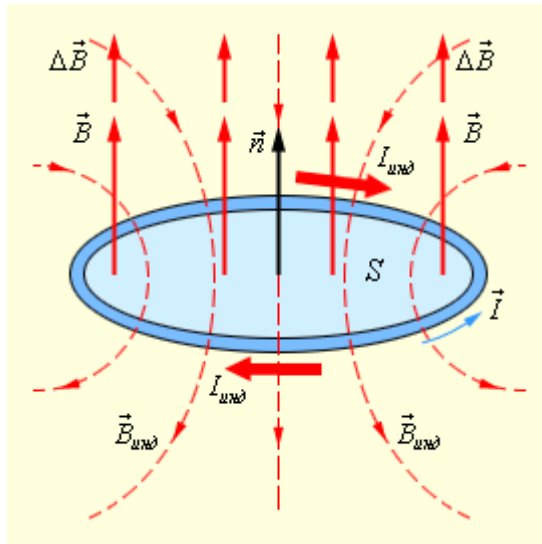


Рисунок 1.20.2.

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0,$$

Иллюстрация правила Ленца. В этом примере $\mathcal{E}_{\text{инд}} < 0$. Индукционный ток $I_{\text{инд}}$ течет навстречу выбранному



положительному направлению обхода контура.

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Правило Ленца отражает тот экспериментальный факт, что $\mathcal{E}_{\text{инд}}$ и \mathcal{E} всегда имеют противоположные знаки (знак «минус» в формуле Фарадея). Правило Ленца имеет глубокий физический смысл – оно выражает закон сохранения энергии.

Изменение магнитного потока, пронизывающего замкнутый контур, может происходить по двум причинам.

1. Магнитный поток изменяется вследствие перемещения контура или его частей в постоянном во времени магнитном поле. Это случай, когда проводники, а вместе с ними и свободные носители заряда, движутся в магнитном поле. Возникновение ЭДС индукции объясняется действием силы Лоренца на свободные заряды в движущихся проводниках. Сила Лоренца играет в этом случае роль сторонней силы.



Рассмотрим в качестве примера возникновение ЭДС индукции в прямоугольном контуре, помещенном в однородное магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное



плоскости контура. Пусть одна из сторон контура длиной l скользит со скоростью v по двум другим сторонам (рис. 1.20.3).

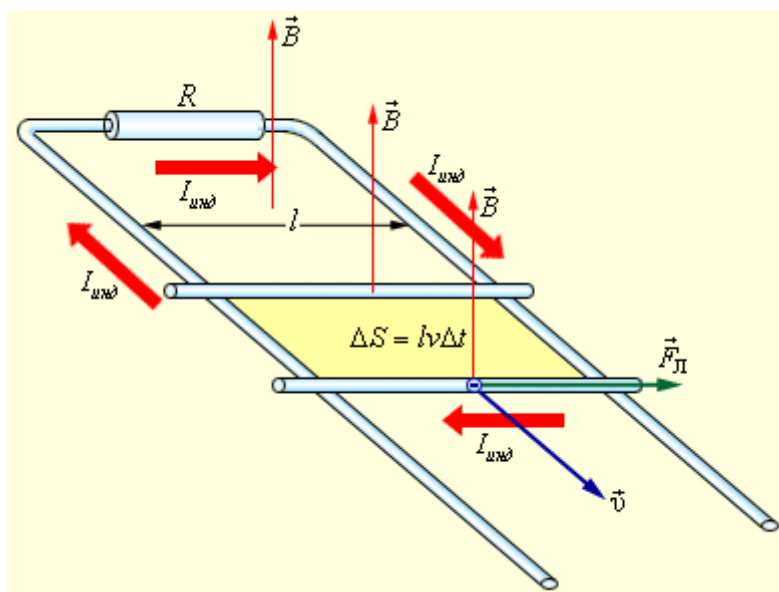


Рисунок 1.20.3.

Возникновение ЭДС индукции в движущемся проводнике. Указана составляющая силы Лоренца, действующей на свободный электрон.



На свободные заряды на этом участке контура действует сила Лоренца. Одна из составляющих этой силы, связанная с **переносной** скоростью зарядов, направлена вдоль проводника. Эта составляющая указана на рис. 1.20.3. Она играет роль сторонней силы. Ее модуль равен

$$F_{\text{Л}} = evB$$

Работа силы $F_{\text{Л}}$ на пути l равна

$$A = F_{\text{Л}} \cdot l = evBl.$$

По определению ЭДС

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \frac{A}{q} = vBl.$$

В других неподвижных частях контура сторонняя сила равна нулю. Соотношению для $\mathcal{E}_{\text{инд}}$ можно придать привычный вид. За время Δt площадь контура изменяется на $\Delta S = l v \Delta t$. Изменение магнитного потока за это время равно $\Delta \Phi = B l v \Delta t$. Следовательно,

$$|\mathcal{E}_{\text{инд}}| = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

Для того, чтобы установить знак в формуле, связывающей $\mathcal{E}_{\text{инд}}$ и $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, нужно выбрать согласованные между собой по правилу правого буравчика \vec{n} и \vec{l} ,

направление нормали \vec{n} и положительное направление обхода контура \vec{l} как это сделано на рис. 1.20.1 и 1.20.2. Если это сделать, то легко прийти к формуле Фарадея.

Если сопротивление всей цепи равно R , то по ней будет протекать индукционный ток, равный $I_{\text{инд}} = \mathcal{E}_{\text{инд}}/R$. За время Δt на сопротивлении R выделится джоулево тепло (см. § 1.11)

$$\Delta Q = R I_{\text{инд}}^2 \Delta t = \frac{v^2 B^2 l^2}{R} \Delta t.$$

Возникает вопрос: откуда берется эта энергия, ведь сила Лоренца работы не совершает! Этот парадокс возник потому, что мы учли работу только одной составляющей силы Лоренца. При протекании индукционного тока по проводнику, находящемуся в магнитном поле, на свободные заряды действует еще одна составляющая силы Лоренца, связанная с **относительной** скоростью движения зарядов вдоль проводника. Эта составляющая ответственна за



появление **силы Ампера**. Для случая, изображенного на рис. 1.20.3, модуль силы Ампера равен $F_A = IBl$. Сила Ампера направлена навстречу движению проводника; поэтому она совершает отрицательную механическую работу. За время Δt эта работа $A_{\text{мех}}$ равна

$$A_{\text{мех}} = -F v \Delta t = -IBlv \Delta t = -\frac{v^2 B^2 l^2}{R} \Delta t.$$

Движущийся в магнитном поле проводник, по которому протекает индукционный ток, испытывает **магнитное торможение**. **Полная работа силы Лоренца равна нулю**. Джоулево тепло в контуре выделяется либо за счет работы внешней силы, которая поддерживает скорость проводника неизменной, либо за счет уменьшения кинетической энергии проводника.

2. Вторая причина изменения магнитного потока, пронизывающего контур, – изменение во времени магнитного поля при неподвижном контуре. В этом случае возникновение ЭДС индукции уже нельзя объяснить действием силы Лоренца. Электроны в неподвижном проводнике могут приводиться в движение только электрическим полем. Это электрическое поле порождается изменяющимся во времени магнитным полем. Работа этого поля при перемещении единичного положительного заряда по замкнутому контуру равна ЭДС индукции в неподвижном проводнике. Следовательно, электрическое поле, порожденное изменяющимся магнитным полем, **не является потенциальным**. Его называют **вихревым электрическим полем**. Представление о вихревом электрическом поле было введено в физику великим английским физиком **Дж. Максвеллом** (1861 г.).

Явление электромагнитной индукции в неподвижных проводниках, возникающее при изменении окружающего магнитного поля, также описывается формулой Фарадея. Таким образом, явления индукции в движущихся и неподвижных проводниках **протекают одинаково**, но физическая причина возникновения индукционного тока оказывается в этих двух случаях различной: в случае движущихся проводников ЭДС индукции обусловлена силой Лоренца; в случае неподвижных проводников ЭДС индукции является следствием действия на свободные заряды вихревого электрического поля, возникающего при изменении магнитного поля.

$v = 5.0$ м/с $l = 0.50$ м
 $B = 0.05$ Тл $R = 2.00$ Ом

$I = 0.000$ А
 $\mathcal{E}_{\text{инд.}} = 0.000$ В
 $\Phi = 0.025$ Вб
 $t = 0.000$ с

Старт Сброс

Модель. Электромагнитная индукция.

опыты Фарадея I опыты Фарадея II

Модель. опыты Фарадея.

$B = 0.10$ Тл
 $f = 10.0$ Гц

$S = 1.00 \cdot 10^{-2}$ м²
 $\mathcal{E}_{\text{инд.}} = -\frac{d\Phi}{dt}$

Магнитный поток
 ЭДС индукции

Старт Сброс

Модель. Генератор переменного тока.

1.21. Самоиндукция. Энергия магнитного поля

Самоиндукция является важным частным случаем электромагнитной индукции, когда изменяющийся магнитный поток, вызывающий ЭДС индукции, создается током в самом контуре. Если ток в рассматриваемом контуре по каким-то причинам изменяется, то изменяется и магнитное поле этого тока, а, следовательно, и собственный магнитный поток, пронизывающий контур. В контуре возникает ЭДС самоиндукции, которая согласно правилу Ленца препятствует изменению тока в контуре.

Собственный **магнитный поток** Φ , пронизывающий контур или катушку с током, пропорционален силе тока I :

$$\Phi = LI.$$

Коэффициент пропорциональности L в этой формуле называется **коэффициентом самоиндукции** или **индуктивностью** катушки. Единица индуктивности в СИ называется **генри** (Гн). Индуктивность контура или катушки равна 1 Гн, если при силе постоянного тока 1 А собственный поток равен 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб} / 1 \text{ А}.$$

В качестве примера рассчитаем индуктивность длинного соленоида, имеющего N витков, площадь сечения S и длину l . Магнитное поле соленоида определяется формулой (см. § 1.17)

$$B = \mu_0 In,$$

где I – ток в соленоиде, $n = N / l$ – число витков на единицу длины соленоида.

Магнитный поток, пронизывающий все N витков соленоида, равен

$$\Phi = B \cdot S \cdot N = \mu_0 n^2 SI.$$

Следовательно, индуктивность соленоида равна

$$L = \mu_0 n^2 Sl = \mu_0 n^2 V,$$

где $V = Sl$ – объем соленоида, в котором сосредоточено магнитное поле. Полученный результат не учитывает краевых эффектов, поэтому он приближенно справедлив только для достаточно длинных катушек. Если соленоид заполнен веществом с **магнитной проницаемостью** μ , то при заданном токе I индукция магнитного поля возрастает по модулю в μ раз (см. § 1.17); поэтому индуктивность катушки с сердечником также увеличивается в μ раз:

$$L_\mu = \mu L = \mu_0 \mu n^2 V.$$

ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке с постоянным значением индуктивности, согласно **формуле Фарадея** равна

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \mathcal{E}_L = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна индуктивности катушки и скорости изменения силы тока в ней.

Магнитное поле обладает энергией. Подобно тому, как в заряженном конденсаторе имеется запас электрической энергии, в катушке, по виткам которой протекает ток, имеется запас магнитной энергии. Если включить электрическую лампу параллельно катушке с большой индуктивностью в электрическую цепь постоянного тока, то при размыкании ключа наблюдается кратковременная вспышка лампы (рис. 1.21.1). Ток в цепи возникает под действием ЭДС самоиндукции. Источником энергии, выделяющейся при этом в электрической цепи, является магнитное поле катушки.

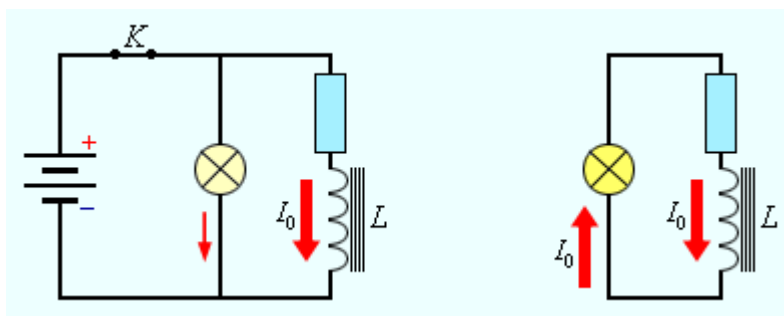


Рисунок 1.21.1.
Магнитная энергия катушки. При размыкании ключа K лампа ярко вспыхивает.

Из закона сохранения энергии следует, что вся энергия, запасенная в катушке, выделится в виде джоулева тепла. Если обозначить через R полное сопротивление цепи, то за время Δt выделится количество теплоты $\Delta Q = I^2 R \Delta t$.

Ток в цепи равен

$$I = \frac{\mathcal{E}_L}{R} = - \frac{L}{R} \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Выражение для ΔQ можно записать в виде

$$\Delta Q = -LI\Delta I = -\Phi(I)\Delta I.$$

В этом выражении $\Delta I < 0$; ток в цепи постепенно убывает от первоначального значения I_0 до нуля. Полное количество теплоты, выделившейся в цепи, можно получить, выполнив операцию интегрирования в пределах от I_0 до 0. Это дает

$$Q = \frac{LI_0^2}{2}$$

Эту формулу можно получить графическим методом, изобразив на графике зависимость магнитного потока $\Phi(I)$ от тока I (рис. 1.21.2). Полное количество выделившейся теплоты, равное первоначальному запасу энергии магнитного поля, определяется площадью изображенного на рис. 1.21.2 треугольника.

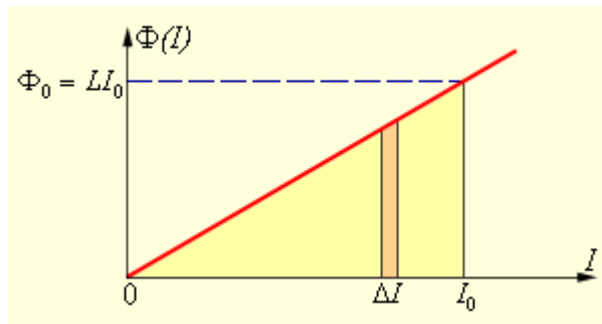


Рисунок 1.21.2.
Вычисление энергии магнитного поля.

Таким образом, энергия W_m магнитного поля катушки с индуктивностью L , создаваемого током I , равна

$$W_m = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

Применим полученное выражение для энергии катушки к длинному соленоиду с магнитным сердечником. Используя приведенные выше формулы для коэффициента самоиндукции L_n соленоида и для магнитного поля B , создаваемого током I , можно получить:

$$W_m = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 I^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r} V,$$

где V – объем соленоида. Это выражение показывает, что магнитная энергия локализована не в витках катушки, по которым протекает ток, а рассредоточена по всему объему, в котором создано магнитное поле. Физическая величина

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r}$$

равная энергии магнитного поля в единице объема, называется **объемной плотностью магнитной энергии**. Дж. Максвелл показал, что выражение для объемной плотности магнитной энергии, выведенное здесь для случая длинного соленоида, справедливо для любых магнитных полей.

Глава 2. Электромагнитные колебания и волны

Колебательные и волновые процессы, изучаемые в различных разделах физики, проявляют удивительную общность закономерностей. Колебания груза на пружине и процессы в электрическом колебательном контуре, колебания столба воздуха в органной трубе и ход механических часов, распространение света и звуковых волн и т. д. – все эти явления протекают очень похожим образом. Однако, они имеют различную физическую природу. Чтобы сформулировать, например, задачу о колебаниях груза на пружине, нужно знать законы Ньютона, задача о колебаниях в электрическом контуре требует знания законов электродинамики. Но математические уравнения, описывающие процессы в этих двух системах, оказываются одинаковыми. Аналогично обстоит дело и с волновыми процессами.

Общность колебательных и волновых закономерностей проявляется в общности математических уравнений, описывающих процессы различной физической природы.

Поэтому при изучении электромагнитных колебаний и волн мы будем обращаться за аналогиями к главе «Механические колебания и волны» (часть I, гл. II).

2.1. Квазистационарные процессы. RC- и RL-цепи

В цепях постоянного тока распределение электрических зарядов на проводниках и токов на участках цепи **стационарно**, то есть неизменно во времени. Электромагнитное поле в таких цепях состоит из электростатического поля неподвижных зарядов и магнитного поля постоянных токов. Эти поля существуют независимо друг от друга.

Если на каком-то участке цепи происходят изменения силы тока или напряжения, то другие участки цепи могут «почувствовать» эти изменения только через некоторое время, которое по порядку величины равно времени τ распространения электромагнитного возмущения от одной точки цепи к другой. Так

$$\tau \approx \frac{l}{c},$$

как электромагнитные возмущения распространяются с конечной скоростью, равной скорости света c , то где l – расстояние между наиболее удаленными точками цепи. Если это время τ много меньше длительности процессов, происходящих в цепи, то можно считать, что в каждый момент

времени сила тока одинакова во всех последовательно соединенных участках цепи. Процессы такого рода в электрических цепях называются **квазистационарными**.

Квазистационарные процессы можно исследовать с помощью законов постоянного тока, если применять эти законы к **мгновенным значениям сил токов и напряжений на участках цепи**.

Из-за огромного значения скорости света время установления электрического равновесия в цепи оказывается весьма малым. Поэтому к квазистационарным можно отнести многие достаточно быстрые в обычном смысле процессы. Например, быстрые колебания в радиотехнических цепях с частотами порядка миллиона колебаний в секунду и даже выше очень часто еще можно рассматривать как квазистационарные.

Простыми примерами квазистационарных процессов могут служить процессы, происходящие в RC- и RL-цепях при подключении и отключении источника постоянного тока.

На рис. 2.1.1 изображена электрическая цепь, состоящая из конденсатора с емкостью C , резистора с сопротивлением R и источника тока с ЭДС, равной \mathcal{E} .

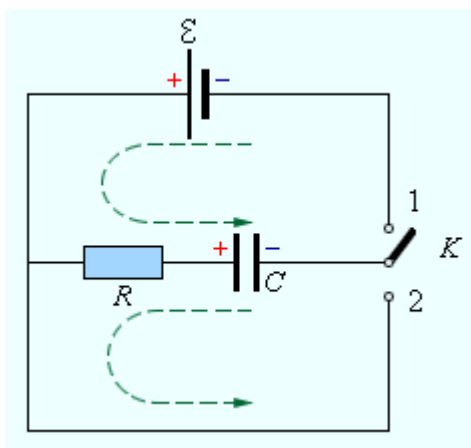


Рисунок 2.1.1.
Цепи зарядки и разрядки конденсатора через резистор.

Если замкнуть ключ K в положение 1, то начинается процесс зарядки конденсатора через резистор. По закону Ома для квазистационарной цепи можно записать:

$$RJ + U = \mathcal{E},$$

где J – мгновенное значение силы тока в цепи, U – мгновенное значение напряжения на конденсаторе. Сила тока I в цепи равна изменению заряда q

$$J = \frac{dq}{dt}$$

конденсатора в единицу времени:

Напряжение U на конденсаторе в любой момент времени равно q / C . Из этих соотношений следует

$$CR \frac{dU}{dt} + U = \mathcal{E}.$$

Мы получили дифференциальное уравнение, описывающее процесс зарядки конденсатора. Если конденсатор вначале не был заряжен, то решение этого уравнения имеет вид

$$U(t) = \mathcal{E} [1 - \exp(-t / \tau)],$$

где $\tau = RC$ – так называемая **постоянная времени** цепи, состоящей из резистора и конденсатора. Величина τ является характеристикой скорости процесса.

При $t \rightarrow \infty$, $U(t) \rightarrow \mathcal{E}$. Процесс зарядки конденсатора через резистор изображен на рис. 2.1.2(I).

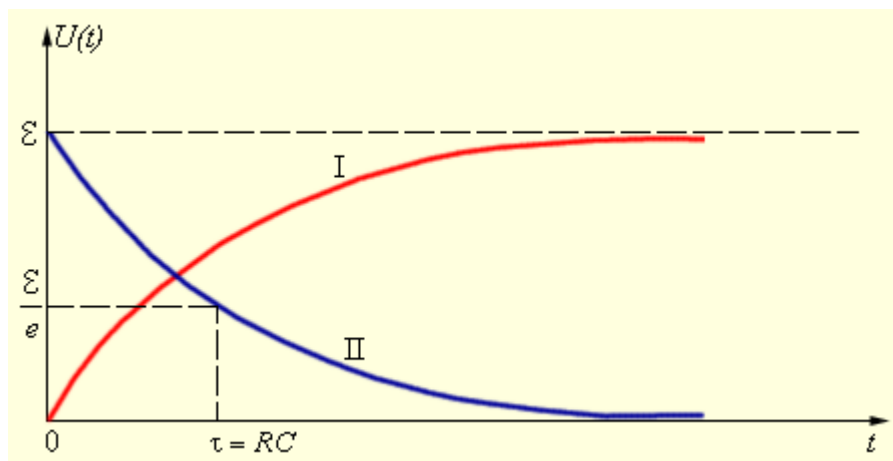


Рисунок 2.1.2.
Зарядка (I) и разрядка (II) конденсатора через резистор.

Если после того, как конденсатор полностью зарядился до напряжения \mathcal{E} , ключ K перебросить в положение 2, то начнется процесс разрядки. Внешний источник тока в цепи разрядки отсутствует ($\mathcal{E} = 0$). Процесс разрядки описывается выражением

$$U(t) = \mathcal{E} \exp(-t / \tau).$$

Зависимость $U(t)$ в процессе разрядки изображена на рис. 2.1.2(II). При $t = \tau$ напряжение на конденсаторе уменьшается в $e \approx 2,7$ раза.

Аналогично протекают процессы в цепи, содержащей катушку с индуктивностью L и резистор с сопротивлением R (рис. 2.1.3).

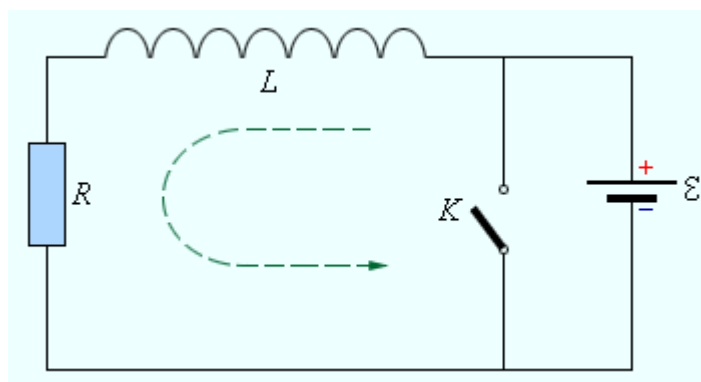


Рисунок 2.1.3.
Цепь, содержащая катушку с индуктивностью L , резистор с сопротивлением R и источник тока с ЭДС, равной \mathcal{E} .

Если в цепи, изображенной на рис. 2.1.3, ключ K сначала был замкнут, а затем внезапно разомкнут, то начнется процесс установления тока. Этот процесс описывается уравнением

$$RJ = \mathcal{E} - L \frac{dJ}{dt}.$$

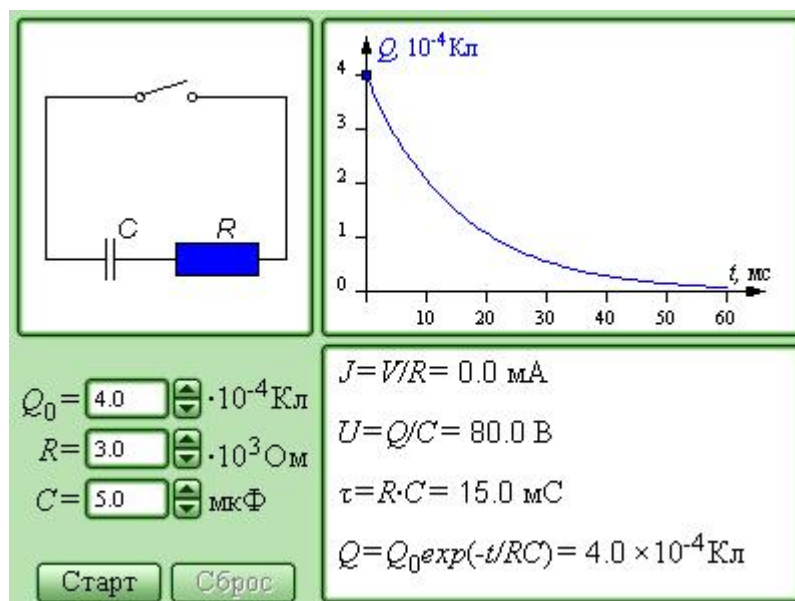
Это уравнение по виду совпадает с уравнением, описывающим зарядку конденсатора, только теперь переменной величиной является сила тока J . Решение этого уравнения имеет вид

$$J(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} [1 - \exp(-t / \tau)],$$

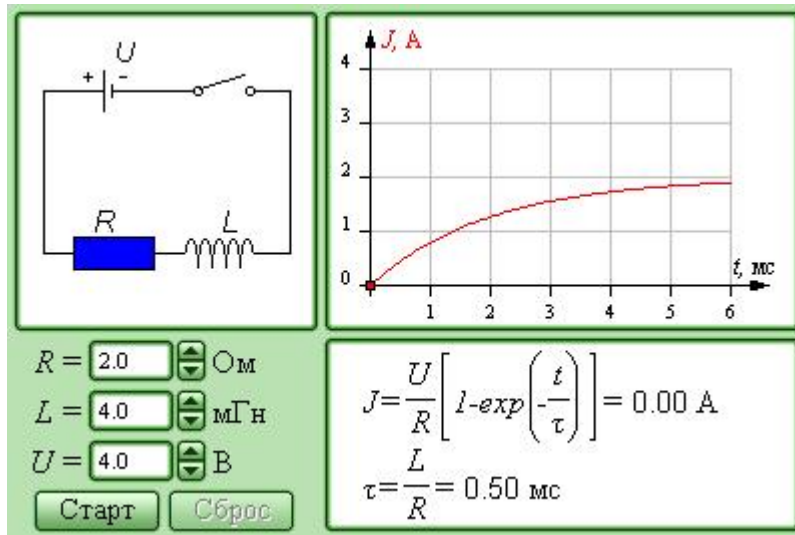
где постоянная времени $\tau = L / R$. Аналогичным образом можно получить закон убывания тока в RL -цепи после замыкания ключа K :

$$J(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \exp(-t / \tau).$$

Следует отметить, что процессы в RC - и RL -цепях аналогичны механическим процессам при движении тела в вязкой жидкости.



Модель. RC -контур.



Модель. RL-контур.

Глава 2. Электромагнитные колебания и волны

2.2. RLC-контур. Свободные колебания

В электрических цепях, так же как и в механических системах, таких как груз на пружине или маятник, могут возникать **свободные колебания**. Простейшей электрической системой, способной совершать свободные колебания, является последовательный RLC-контур (рис. 2.2.1).

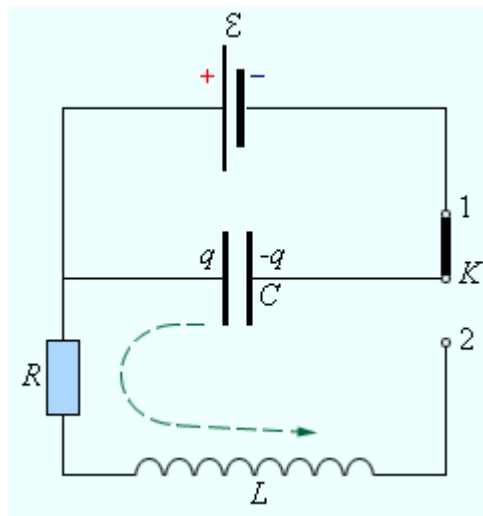


Рисунок 2.2.1.
Последовательный RLC-контур.

Когда ключ K находится в положении 1, конденсатор заряжается до напряжения \mathcal{E} . После переключения ключа в положение 2 начинается процесс разрядки конденсатора через резистор R и катушку индуктивности L . При определенных условиях этот процесс может иметь колебательный характер.

Закон Ома для замкнутой RLC-цепи, не содержащей внешнего источника тока, записывается в виде

$$JR + U = -L \frac{dJ}{dt},$$

$$U = \frac{q}{C}$$

$$J = \frac{dq}{dt}$$

где U – напряжение на конденсаторе, q – заряд конденсатора, J – ток в цепи. В правой части этого соотношения стоит ЭДС самоиндукции катушки. Уравнение, описывающее свободные колебания в RLC-контуре, может быть приведено к следующему виду, если в качестве переменной величины выбрать заряд конденсатора $q(t)$:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Рассмотрим сначала случай, когда в контуре нет потерь электромагнитной энергии ($R = 0$). Тогда

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Здесь принято обозначение: Уравнение (*) описывает свободные колебания в LC-контуре в отсутствие затухания. Оно в точности совпадает по виду с уравнением свободных колебаний груза на пружине в отсутствие сил трения (ч. I, § 2.2). Рис. 2.2.2 иллюстрирует аналогию процессов свободных электрических и механических колебаний. На рисунке приведены графики изменения заряда $q(t)$ конденсатора и смещения $x(t)$ груза от положения

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

равновесия, а также графики тока $J(t)$ и скорости груза $v(t)$ за один период колебаний.

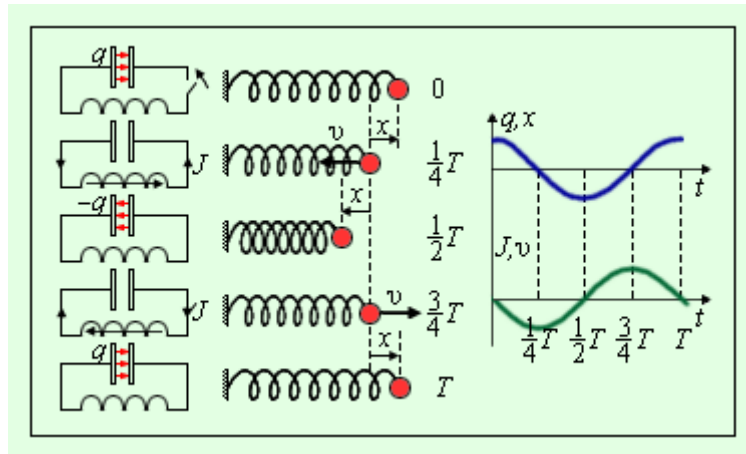


Рисунок 2.2.2. Аналогия процессов свободных электрических и механических колебаний.

Сравнение свободных колебаний груза на пружине и процессов в электрическом колебательном контуре позволяет сделать заключение об аналогии между электрическими и механическими величинами. Эти аналогии представлены в таблице 1.

Электрические величины		Механические величины	
Заряд конденсатора	$q(t)$	Координата	$x(t)$
Ток в цепи	$J = \frac{dq}{dt}$	Скорость	$v = \frac{dx}{dt}$
Индуктивность	L	Масса	m
Величина, обратная емкости	$\frac{1}{C}$	Жесткость	k
Напряжение на конденсаторе	$U = \frac{q}{C}$	Упругая сила	kx
Энергия электрического поля конденсатора	$\frac{q^2}{2C}$	Потенциальная энергия пружины	$\frac{kx^2}{2}$
Магнитная энергия катушки	$\frac{LI^2}{2}$	Кинетическая энергия	$\frac{mv^2}{2}$
Магнитный поток	LI	Импульс	mv

Таблица 1.

В отсутствие затухания свободные колебания в электрическом контуре являются **гармоническими**, то есть происходят по закону

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Параметры L и C колебательного контура определяют только собственную частоту свободных колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Амплитуда q_0 и начальная фаза φ_0 определяются **начальными условиями**, то есть тем способом, с помощью которого система была выведена из состояния равновесия. В частности, для процесса колебаний, который начнется в контуре (рис. 2.2.1) после переброса ключа K в положение 2, $q_0 = C\varepsilon$, $\varphi_0 = 0$.

При свободных колебаниях происходит периодическое превращение электрической энергии $W_э$, запасенной в конденсаторе, в магнитную энергию $W_м$ катушки и наоборот. Если в колебательном контуре нет потерь энергии, то полная электромагнитная энергия системы остается неизменной:

$$W = W_э + W_м = \frac{q^2}{2C} + \frac{LJ^2}{2} = \text{const.}$$

Все реальные контура содержат электрическое сопротивление R . Процесс свободных колебаний в таком контуре уже не подчиняется гармоническому закону. За каждый период колебаний часть электромагнитной энергии, запасенной в контуре, превращается в джоулево тепло, и колебания становятся **затухающими** (рис. 2.2.3).

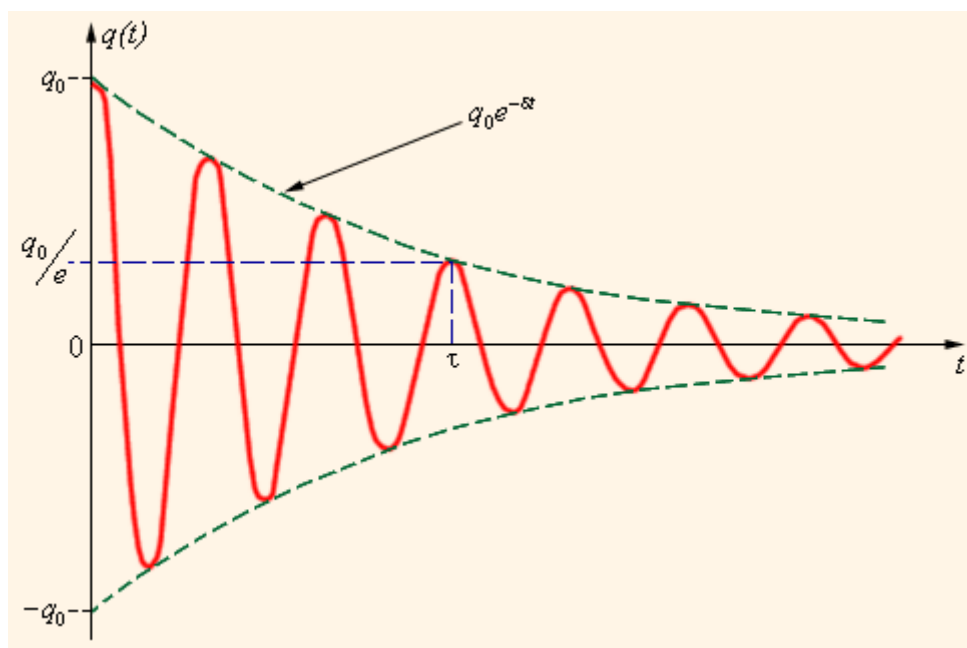


Рисунок 2.2.3.
Затухающие колебания в контуре.

Затухающие колебания в электрическом контуре аналогичны затухающим колебаниям груза на пружине при наличии вязкого трения, когда сила трения изменяется прямо пропорционально скорости тела: $F_{тр} = -\beta v$. Коэффициент β в этой формуле аналогичен сопротивлению R в электрическом контуре. Уравнение свободных колебаний в контуре при наличии затухания имеет вид

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

Физическая величина $\delta = R/2L$ называется **коэффициентом затухания**. Решением этого дифференциального уравнения является функция

$$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

которая содержит множитель $\exp(-\delta t)$, описывающий затухание колебаний. Скорость затухания зависит от электрического сопротивления R контура.

$$\tau = \frac{1}{\delta},$$

Интервал времени в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раза, называется **временем затухания**.

В § 2.4 части 1 было введено понятие **добротности** Q колебательной системы:

$$Q = \pi N = \pi \frac{\tau}{T},$$

где N — число полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ . Добротности Q любой колебательной системы, способной совершать свободные колебания, может быть дано энергетическое определение:

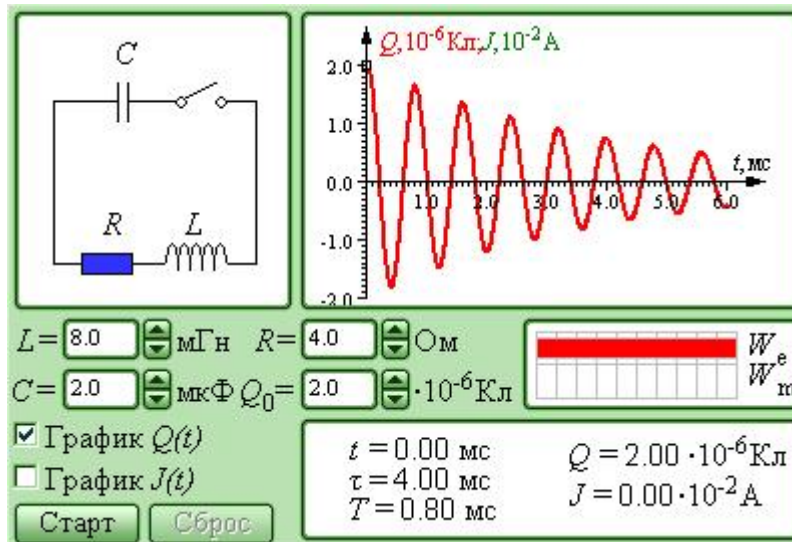
$$Q = 2\pi \frac{\text{Запас энергии в колебательной системе}}{\text{Потеря энергии за 1 период}}.$$

Для RLC-контура добротность Q выражается формулой

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Добротность электрических контуров, применяемых в радиотехнике, обычно порядка нескольких десятков и даже сотен.

Следует отметить, что собственная частота ω свободных колебаний в контуре с не очень высокой добротностью несколько меньше собственной частоты ω_0 идеального контура с теми же значениями L и C . Но при $Q \geq (5 - 10)$ этим различием можно пренебречь.



Модель. Свободные колебания в RLC-контуре.

Глава 2. Электромагнитные колебания и волны

2.3. Вынужденные колебания. Переменный ток

Процессы, возникающие в электрических цепях под действием внешнего периодического источника тока, называются **вынужденными колебаниями**.

Вынужденные колебания, в отличие от собственных колебаний в электрических цепях, являются **незатухающими**. Периодический внешний источник обеспечивает приток энергии к системе и не дает колебаниям затухать, несмотря на наличие неизбежных потерь.

Особый интерес представляет случай, когда внешний источник, напряжение которого изменяется по гармоническому закону с частотой ω , включен в электрическую цепь, способную совершать собственные свободные колебания на некоторой частоте ω_0 .

Если частота ω_0 свободных колебаний определяется параметрами электрической цепи, то **установившиеся вынужденные колебания всегда происходят на частоте ω внешнего источника**.

Для установления стационарных вынужденных колебаний необходимо некоторое время Δt после включения в цепь внешнего источника. Это время по порядку величины равно времени τ затухания свободных колебаний в цепи.

Электрические цепи, в которых происходят установившиеся вынужденные колебания под действием периодического источника тока, называются **цепями переменного тока**.

Рассмотрим последовательный колебательный контур, то есть RLC-цепь, в которую включен источник тока, напряжение которого изменяется по периодическому закону (рис. 2.3.1):

$$e(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t,$$

где \mathcal{E}_0 – амплитуда, ω – круговая частота.

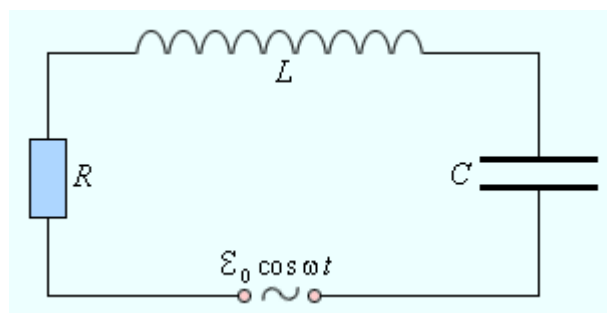


Рисунок 2.3.1.
Вынужденные колебания в контуре.

Предполагается, что для электрической цепи, изображенной на рис. 2.3.1, выполнено условие квазистационарности. Поэтому закон Ома можно записать для мгновенных значений токов и напряжений:

$$RJ + \frac{q}{C} + L \frac{dJ}{dt} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t.$$

$$L \frac{dJ}{dt}$$

Величина $L \frac{dJ}{dt}$ – это перенесенная с изменением знака из правой части уравнения в левую ЭДС самоиндукции катушки. Эту величину принято называть **напряжением на катушке индуктивности**.

Уравнение вынужденных колебаний можно записать в виде

$$u_R + u_C + u_L = e(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t,$$

где $u_R(t)$, $u_C(t)$ и $u_L(t)$ – мгновенные значения напряжений на резисторе, конденсаторе и катушке соответственно. Амплитуды этих напряжений будем обозначать буквами U_R , U_C и U_L . При установившихся вынужденных колебаниях все напряжения изменяются с частотой ω внешнего источника переменного тока. Для наглядного решения уравнения вынужденных колебаний можно использовать **метод векторных диаграмм**.

На векторной диаграмме колебания определенной **заданной частоты** ω изображаются с помощью векторов (рис. 2.3.2).

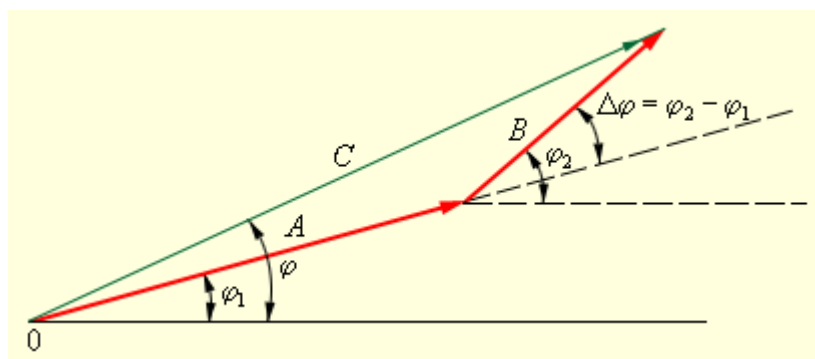


Рисунок 2.3.2. Изображение гармонических колебаний $A \cos(\omega t + \varphi_1)$, $B \cos(\omega t + \varphi_2)$ и их суммы $C \cos(\omega t + \varphi)$ с помощью векторов на векторной диаграмме.

Длины векторов на диаграмме равны амплитудам колебаний A и B , а наклон к горизонтальной оси определяется фазами колебаний φ_1 и φ_2 . Взаимная ориентация векторов определяется относительным фазовым сдвигом $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Вектор, изображающий суммарное колебание, строится на векторной

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}.$$

диаграмме по правилу сложения векторов:

Для того, чтобы построить векторную диаграмму напряжений и токов при вынужденных колебаниях в электрической цепи, нужно знать соотношения между амплитудами токов и напряжений и фазовый сдвиг между ними для всех участков цепи.

Рассмотрим по отдельности случаи подключения внешнего источника переменного тока к резистру с сопротивлением R , конденсатору емкости C и катушки индуктивности L . Во всех трех случаях напряжения на резисторе, конденсаторе и катушке равны напряжению источника переменного тока.

1. Резистор в цепи переменного тока

$$J_R R = u_R = U_R \cos \omega t; \quad J_R = \frac{U_R}{R} \cos \omega t = I_R \cos \omega t.$$

Здесь через I_R обозначена амплитуда тока, протекающего через резистор. Связь между амплитудами тока и напряжения на резисторе выражается соотношением

$$RI_R = U_R.$$

Фазовый сдвиг между током и напряжением на резисторе равен нулю.

2. Конденсатор в цепи переменного тока

$$u_C = \frac{q}{C} = U_C \cos \omega t;$$

$$J_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = CU_C (-\omega \sin \omega t) = \omega CU_C \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_C \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Соотношение между амплитудами тока I_C и напряжения U_C :

$$\frac{1}{\omega C} I_C = U_C$$

$$\frac{\pi}{2}$$

Ток опережает по фазе напряжение на угол

3. Катушка в цепи переменного тока

$$u_L = L \frac{dJ_L}{dt} = U_L \cos \omega t;$$

$$J_L = \int \frac{U_L}{L} \cos \omega t dt = \frac{U_L}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_L}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_L \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Соотношение между амплитудами тока I_L и напряжения U_L :

$$\omega L I_L = U_L.$$

$$\frac{\pi}{2}$$

Ток отстает по фазе от напряжения на угол

Теперь можно построить векторную диаграмму для последовательного RLC-контура, в котором происходят вынужденные колебания на частоте ω . Поскольку ток, протекающий через последовательно соединенные участки цепи, один и тот же, векторную диаграмму удобно строить относительно вектора, изображающего колебания тока в цепи. Амплитуду тока обозначим через I_0 . Фаза тока принимается равной нулю. Это вполне допустимо, так как физический интерес представляют не абсолютные значения фаз, а относительные фазовые сдвиги. Векторная диаграмма для последовательного RLC-контура изображена на рис. 2.3.2.

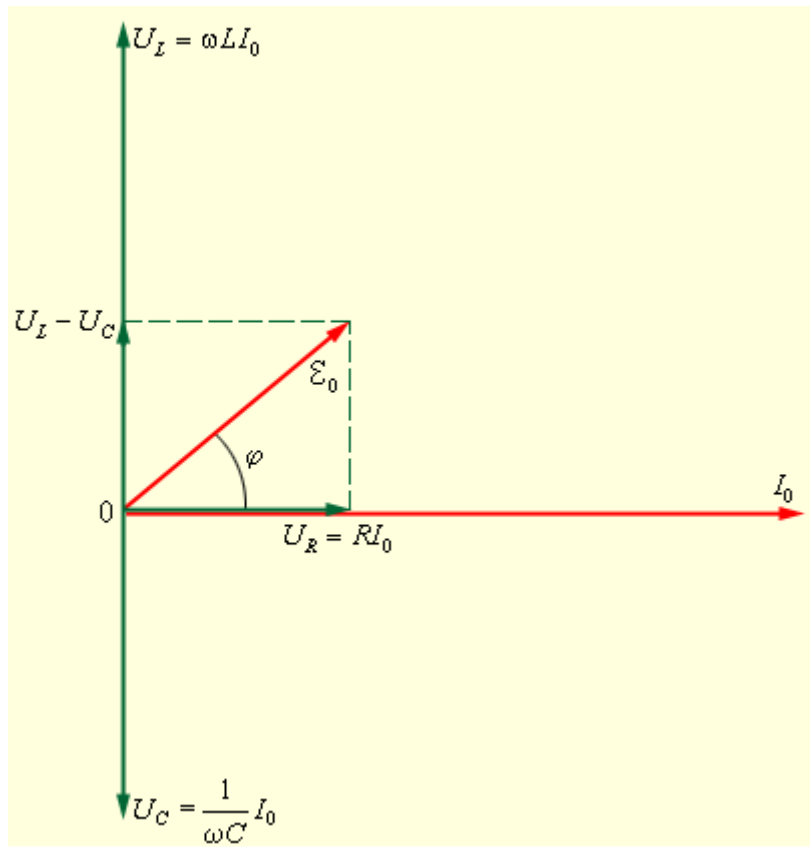


Рисунок 2.3.3. Векторная диаграмма для последовательной RLC-цепи.

$$\omega L > \frac{1}{\omega C} \quad \text{или} \quad \omega^2 > \omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Векторная диаграмма на рис. 2.3.2 построена для случая, когда опережает по фазе ток, текущий в цепи, на некоторый угол φ .

или

В этом случае напряжение внешнего источника

Из рисунка видно, что

$$\mathcal{E}_0^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2,$$

откуда следует

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Из выражения для I_0 видно, что амплитуда тока принимает максимальное значение при условии

$$\omega L - 1/\omega C = 0$$

или

$$\omega^2 = \omega_{\text{рез}}^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Явление возрастания амплитуды колебаний тока при совпадении частоты ω внешнего источника с собственной частотой ω_0 электрической цепи называется *электрическим резонансом*. При резонансе

$$(I_0)_{\text{рез}} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}.$$

Сдвиг фаз φ между приложенным напряжением и током в цепи при резонансе обращается в нуль. Резонанс в последовательной RLC-цепи называется *резонансом напряжений*. Аналогичным образом с помощью векторной диаграммы можно исследовать явление резонанса при параллельном соединении элементов R , L и C (так называемый *резонанс токов*).

При последовательном резонансе ($\omega = \omega_0$) амплитуды U_C и U_L напряжений на конденсаторе и катушке резко возрастают:

$$(U_L)_{\text{рез}} = (U_C)_{\text{рез}} = \omega_0 L (I_0)_{\text{рез}} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

В § 2.2 было введено понятие добротности RLC-контура:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Таким образом, при резонансе амплитуды напряжений на конденсаторе и катушке в Q раз превышают амплитуду напряжения внешнего источника.

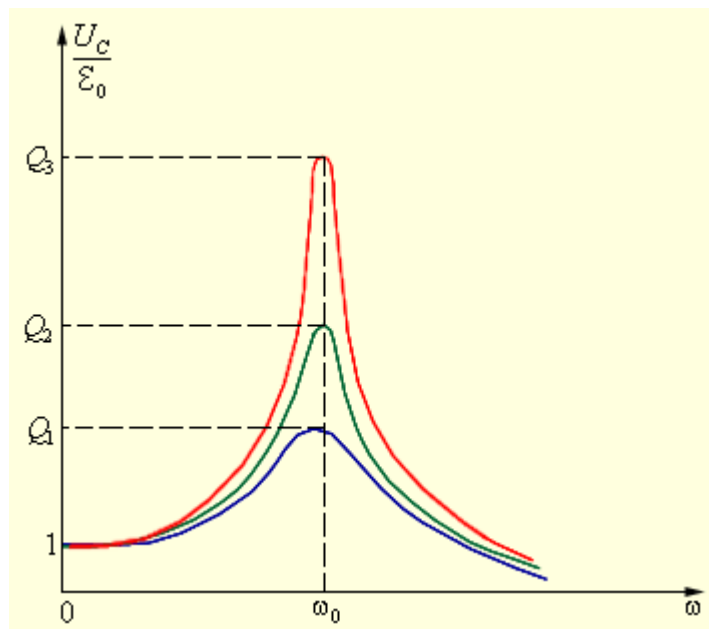
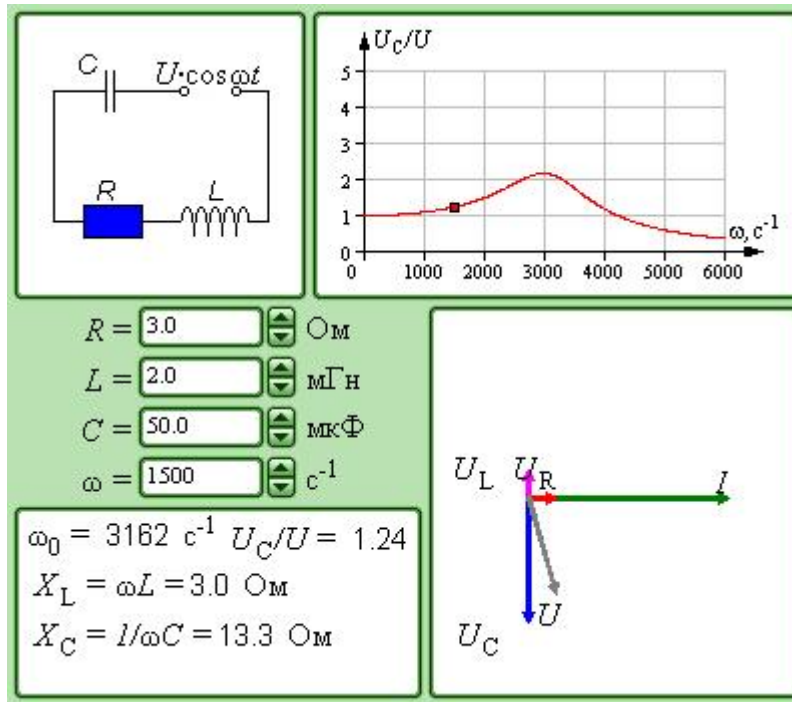


Рисунок 2.3.4.

Резонансные кривые для контуров с различными значениями добротности Q .

Рис. 2.3.4 иллюстрирует явление резонанса в последовательном электрическом контуре. На рисунке графически изображена зависимость отношения амплитуды U_C напряжения на конденсаторе к амплитуде \mathcal{E}_0 напряжения источника от его частоты ω для различных значений добротности Q . Кривые на рис. 2.3.3 называются *резонансными кривыми*.

Можно показать, что максимум резонансных кривых для контуров с низкой добротностью несколько сдвинуты в область низких частот.



Модель. Вынужденные колебания в RLC-контуре.

Глава 2. Электромагнитные колебания и волны

2.4. Закон Ома для цепи переменного тока. Мощность.

В § 2.3 были выведены соотношения, связывающие амплитуды переменных токов и напряжений на резисторе, конденсаторе и катушке индуктивности:

$$RI_R = U_R; \quad \frac{1}{\omega C} I_C = U_C; \quad \omega L I_L = U_L.$$

Эти соотношения во виду напоминают закон Ома для участка цепи постоянного тока, но только теперь в них входят не значения постоянных токов и напряжений на участке цепи, а амплитудные значения переменных токов и напряжений.

$$\frac{1}{\omega C}$$

Соотношения (*) выражают закон Ома для участка цепи переменного тока, содержащего один из элементов R , L и C . Физические величины R , $\frac{1}{\omega C}$ и ωL называются активным сопротивлением резистора, емкостным сопротивлением конденсатора и индуктивным сопротивлением катушки.

При протекании переменного тока по участку цепи электромагнитное поле совершает работу, и в цепи выделяется джоулево тепло. Мгновенная мощность в цепи переменного тока равна произведению мгновенных значений тока и напряжения: $p = j \cdot u$. Практический интерес представляет среднее за период переменного тока значение мощности

$$P = P_{\text{cp}} = I_0 U_0 \cos \omega t \cos (\omega t + \varphi).$$

Здесь I_0 и U_0 – амплитудные значения тока и напряжения на данном участке цепи, φ – фазовый сдвиг между током и напряжением. Черта означает знак усреднения. Если участок цепи содержит только резистор с сопротивлением R , то фазовый сдвиг $\varphi = 0$:

$$P_R = I_R U_R \cos^2 \omega t = \frac{I_R U_R}{2} = \frac{I_R^2 R}{2}.$$

Для того, чтобы это выражение по виду совпадало с формулой для мощности постоянного тока, вводятся понятия действующих или эффективных значений силы тока и напряжения:

$$I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{д}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Средняя мощность переменного тока на участке цепи, содержащем резистор, равна

$$P_R = I_{\pi} U_{\pi}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Если участок цепи содержит только конденсатор емкости C , то фазовый сдвиг между током и напряжением Поэтому

$$P_C = I_C U_C \overline{\cos \omega t \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)} = I_C U_C \overline{\cos \omega t (-\sin \omega t)} = 0.$$

Аналогично можно показать, что $P_L = 0$.

Таким образом, мощность в цепи переменного тока выделяется только на активном сопротивлении. Средняя мощность переменного тока на конденсаторе и катушке индуктивности равна нулю.

Рассмотрим теперь электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных резистора, конденсатора и катушки. Цепь подключена к источнику переменного тока частоты ω . На всех последовательно соединенных участках цепи протекает один и тот же ток. Между напряжением внешнего источника $e(t)$ и током $J(t)$ возникает фазовый сдвиг на некоторый угол φ . Поэтому можно записать

$$J(t) = I_0 \cos \omega t; \quad e(t) = \mathcal{E}_0 \cos (\omega t + \varphi).$$

Такая запись мгновенных значений тока и напряжения соответствует построениям на векторной диаграмме (рис. 2.3.2). Средняя мощность, развиваемая источником переменного тока, равна

$$P = I_0 \mathcal{E}_0 \overline{\cos \omega t \cos (\omega t + \varphi)} = \frac{I_0 \mathcal{E}_0}{2} \cos \varphi = I_{\pi} \mathcal{E}_{\pi} \cos \varphi.$$

$$P = \frac{I_0 U_R}{2}.$$

Как видно из векторной диаграммы, $U_R = \mathcal{E}_0 \cdot \cos \varphi$, поэтому джоулева тепла на резисторе, что подтверждает сделанный ранее вывод.

Следовательно, вся мощность, развиваемая источником, выделяется в виде

В § 2.3 было выведено соотношение между амплитудами тока I_0 и напряжения \mathcal{E}_0 для последовательной RLC-цепи:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1 / \omega C)^2}}.$$

Величину

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1 / \omega C)^2}$$

называют *полным сопротивлением* цепи переменного тока. Формулу, выражающую связь между амплитудными значениями тока и напряжения в цепи, можно записать в виде

$$ZI_0 = \mathcal{E}_0.$$

Это соотношение называют *законом Ома для цепи переменного тока*. Формулы (*), приведенные в начале этого параграфа, выражают частные случаи закона Ома (**).

Понятие полного сопротивления играет важную роль при расчетах цепей переменного тока. Для определения полного сопротивления цепи во многих случаях удобно использовать наглядный метод векторных диаграмм. Рассмотрим в качестве примера параллельный RLC-контур, подключенный к внешнему источнику переменного тока (рис. 2.4.1).

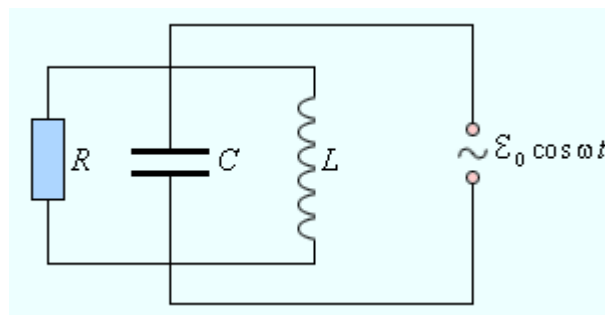


Рисунок 2.4.1. Параллельный RLC-контур.

При построении векторной диаграммы следует учесть, что при параллельном соединении напряжение на всех элементах R , C и L одно и то же и равно напряжению внешнего источника. Токи, текущие в разных ветвях цепи, отличаются не только по значениям амплитуд, но и по фазовым сдвигам

относительно приложенного напряжения. Поэтому полное сопротивление цепи **нельзя вычислить по законам параллельного соединения цепей постоянного тока**. Векторная диаграмма для параллельного RLC-контура изображена на рис. 2.4.2.

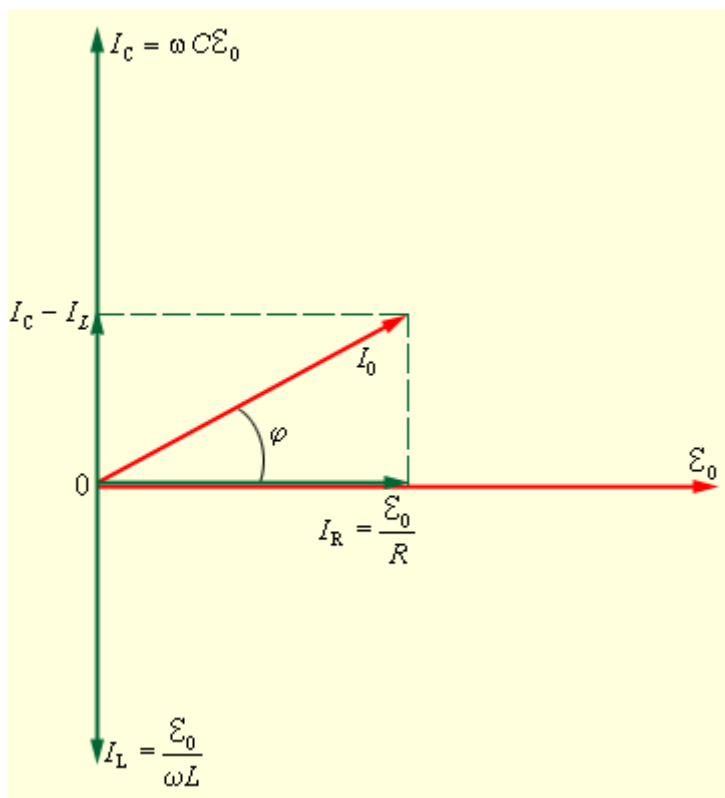


Рисунок 2.4.2.
Векторная диаграмма для параллельного RLC-контура.

Из диаграммы следует:

$$I_0 = \varepsilon_0 \sqrt{(1/R)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

Поэтому полное сопротивление параллельного RLC-контура выражается соотношением

$$Z = \frac{1}{\sqrt{(1/R)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}.$$

При параллельном резонансе ($\omega^2 = 1/LC$) полное сопротивление цепи принимает максимальное значение, равное активному сопротивлению резистора:

$$Z = Z_{\max} = R.$$

Фазовый сдвиг φ между током и напряжением при параллельном резонансе равен нулю.

Глава 2. Электромагнитные колебания и волны

2.5. Трансформаторы. Передача электрической энергии

Среди приборов переменного тока, нашедших широкое применение в технике, значительное место занимают **трансформаторы**. Принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока, основан на явлении электромагнитной индукции.

Простейший трансформатор состоит из сердечника замкнутой формы из магнитомягкого материала, на который намотаны две обмотки: первичная и вторичная (рис. 2.5.1).

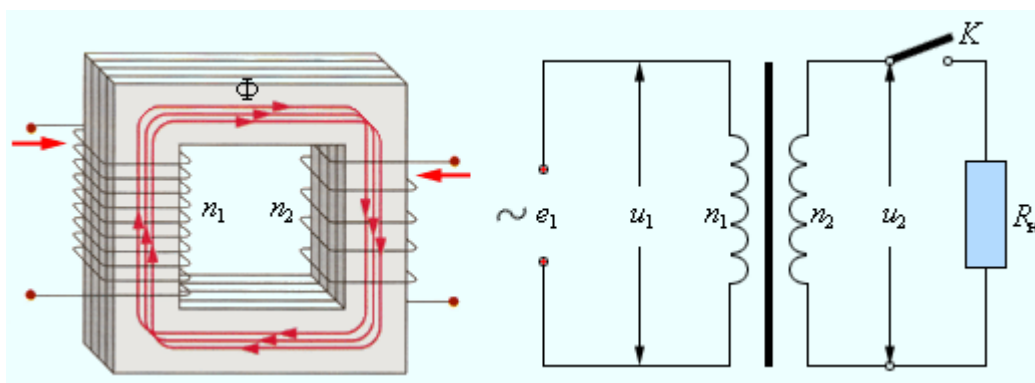


Рисунок 2.5.1.

Простейший трансформатор и его условное изображение в схемах. n_1 и n_2 – числа витков в обмотках.

Первичная обмотка подсоединяется к источнику переменного тока с ЭДС $e_1(t)$, поэтому в ней возникает ток $J_1(t)$, создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Φ , который практически без рассеяния циркулирует по замкнутому магнитному сердечнику и, следовательно, пронизывает все витки первичной и вторичной обмоток. В режиме **холостого хода**, то есть при разомкнутой цепи вторичной обмотки, ток в первичной обмотке весьма мал из-за большого индуктивного сопротивления обмотки. В этом режиме трансформатор потребляет небольшую мощность.

Ситуация резко изменяется, когда в цепь вторичной обмотки включается сопротивление нагрузки R_n , и в ней возникает переменный ток $J_2(t)$. Теперь полный магнитный поток Φ в сердечнике создается обоими токами. Но согласно правилу Ленца магнитный поток Φ_2 , создаваемый индуцированным во вторичной обмотке током J_2 , направлен навстречу потоку Φ_1 , создаваемому током J_1 в первичной обмотке: $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$. Отсюда следует, что токи J_1 и J_2 изменяются в противофазе, то есть имеют фазовый сдвиг, равный 180° .

Другой важный вывод состоит в том, что ток J_1 в первичной обмотке в режиме нагрузки значительно больше тока холостого хода. Это следует из того, что полный магнитный поток Φ в сердечнике должен быть в режиме нагрузки таким же, как и в режиме холостого хода, так как напряжение u_1 на первичной обмотке в обоих случаях одно и то же. Это напряжение равно ЭДС источника e_1 переменного тока. Так как магнитные потоки, пронизывающие обмотки, пропорциональны числу n_1 и n_2 витков в них, можно записать для первичной обмотки:

$$e_1 + e_1^{\text{инд}} = 0, \quad u_1 = e_1 = -e_1^{\text{инд}} = n_1 \frac{d\Phi}{dt},$$

для вторичной обмотки:

$$u_2 = J_2 R_n = e_2^{\text{инд}}, \quad u_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Следовательно,

$$u_2 = -\frac{n_2}{n_1} u_1.$$

Знак минус означает, что напряжения u_1 и u_2 находятся в противофазе, также как и токи J_1 и J_2 в обмотках. Поэтому фазовый сдвиг φ_1 между напряжением u_1 и током J_1 в первичной обмотке равен фазовому сдвигу φ_2 между напряжением u_2 и током J_2 во вторичной обмотке. Если нагрузкой вторичной обмотки является активное сопротивление R_n , то $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Для амплитудных значений напряжений на обмотках можно записать:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} = K.$$

Коэффициент $K = n_2 / n_1$ есть коэффициент трансформации. При $K > 1$ трансформатор называется **повышающим**, при $K < 1$ – **понижающим**.

Написанные выше соотношения, строго говоря, применимы только к **идеальному трансформатору**, в котором нет рассеяния магнитного потока и отсутствуют потери энергии на джоулево тепло. Эти потери могут быть связаны с наличием активного сопротивления самих обмоток и возникновением индукционных токов (**токов Фуко**) в сердечнике. Для уменьшения токов Фуко сердечники трансформатора изготавливают обычно из тонких стальных листов, изолированных друг от друга. Существует еще один механизм потерь энергии, связанный с гистерезисными явлениями в сердечнике. При циклическом перемагничивании ферромагнитных материалов возникают потери электромагнитной энергии, прямо пропорциональные площади петли гистерезиса.

У хороших современных трансформаторов потери энергии при нагрузках, близких к номинальным, не превышает 1–2 %, поэтому к ним приближенно применима теория идеального трансформатора.

Если пренебречь потерями энергии, то мощность P_1 , потребляемая идеальным трансформатором от источника переменного тока, равна мощности P_2 , передаваемой нагрузке.

$$\frac{U_1 I_1}{2} = \frac{U_2 I_2}{2}, \quad \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = 1.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} = K,$$

то есть токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков.

Принимая во внимание, что $U_2 = R_n I_2$, можно получить следующее соотношение

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{R_n}{K^2}$$

Отношение $R_{\text{экв}} = U_1 / I_1$ можно рассматривать как эквивалентное активное сопротивление первичной цепи, когда вторичная обмотка нагружена на сопротивление R_n . Таким образом, трансформатор «трансформирует» не только напряжения и токи, но и сопротивления.

В современной технике нашли широкое применение трансформаторы различных конструкций. В радиотехнических устройствах используются небольшие, маломощные трансформаторы, имеющие обычно несколько обмоток (понижающих или повышающих напряжение источника переменного тока). В электротехнике часто применяются так называемые **трехфазные трансформаторы**, предназначенные для одновременного повышения или понижения трех напряжений, сдвинутых по фазе относительно друг друга на углы 120° .

Мощные трехфазные трансформаторы используются в линиях передач электроэнергии на большие расстояния.

Передача электрической энергии от электростанций до больших городов или промышленных центров на расстояния тысяч километров является сложной научно-технической проблемой.

Для уменьшения потерь на нагревания проводов необходимо уменьшить силу тока в линии передачи, и, следовательно, увеличить напряжение. Обычно линии электропередачи строятся в расчете на напряжение 400–500 кВ, при этом в линиях используется трехфазный ток частотой 50 Гц. На рис. 2.5.2 представлена схема линии передачи электроэнергии от электростанции до потребителя. Схема дает представление об использовании трансформаторов при передаче электроэнергии.

Следует отметить, что при повышении напряжения в линиях передачи увеличиваются утечки энергии через воздух. В сырую погоду вблизи проводов линии может возникнуть ток называемый **коронный разряд**, который можно обнаружить по характерному потрескиванию. Коэффициент полезного действия линии передач не превышает 90 %.

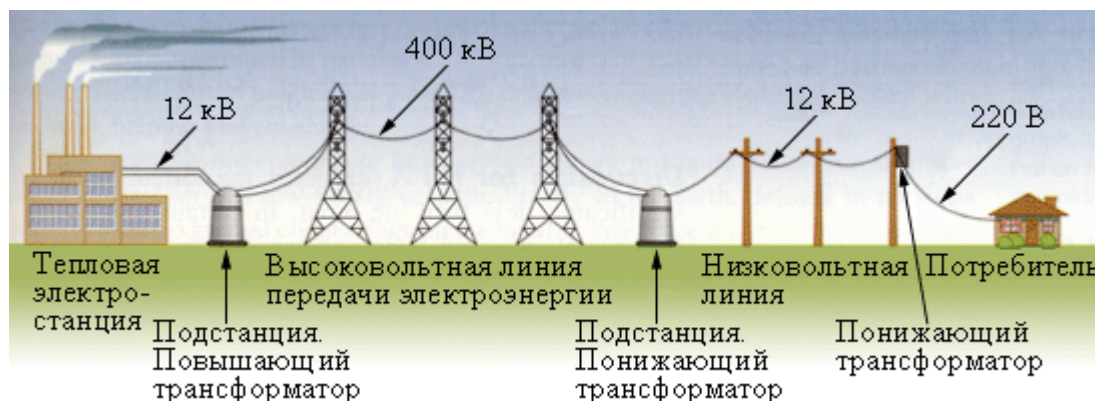


Рисунок 2.5.2.

Условная схема высоковольтной линии передачи. Трансформаторы изменяют напряжение в нескольких точках линии. На схеме изображен только один из трех проводов высоковольтной линии.

Глава 2. Электромагнитные колебания и волны

2.6. Электромагнитные волны

Существование электромагнитных волн было теоретически предсказано великим английским физиком Дж. Максвеллом в 1864 году. Максвелл проанализировал все известные к тому времени законы электродинамики и сделал попытку применить их к изменяющимся во времени электрическому и магнитному полям. Он обратил внимание на асимметрию взаимосвязи между электрическими и магнитными явлениями. Максвелл ввел в физику понятие вихревого электрического поля и предложил новую трактовку закона электромагнитной индукции, открытой Фарадеем в 1831 г.:

Всякое изменение магнитного поля порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.

Максвелл высказал гипотезу о существовании и обратного процесса:

Изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле.

Рис. 2.6.1 и 2.6.2 иллюстрируют взаимное превращение электрического и магнитного полей.

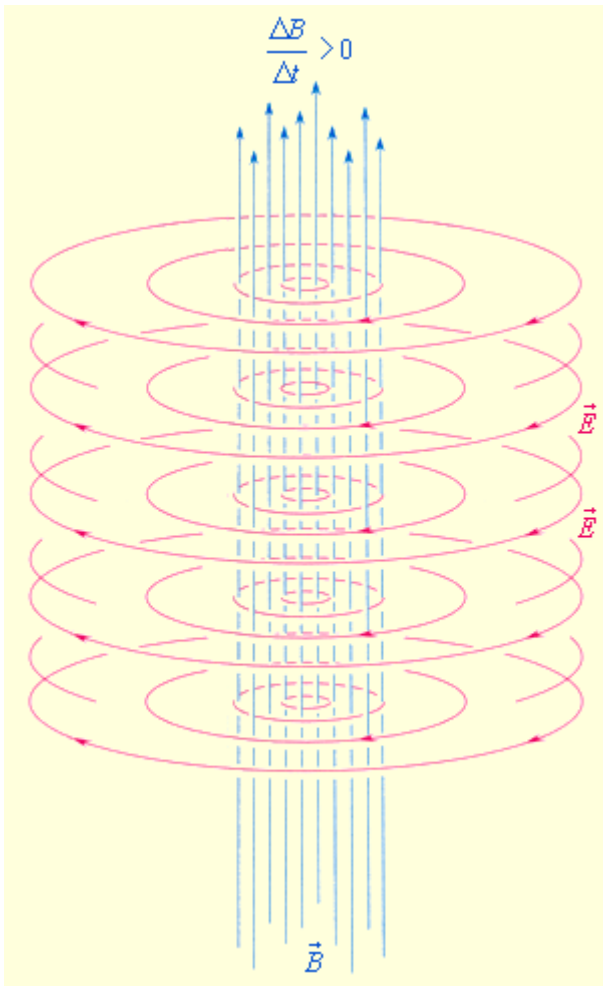


Рисунок 2.6.1.
Закон электромагнитной индукции в трактовке Максвелла.

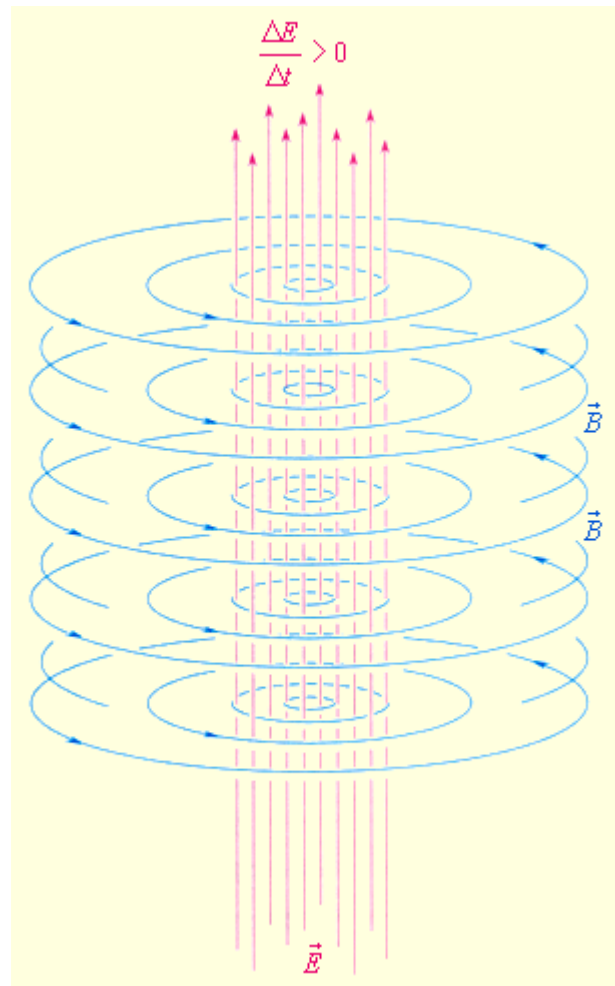


Рисунок 2.6.2.
Гипотеза Максвелла. Изменяющееся электрическое поле порождает магнитное поле.

Гипотеза Максвелла была лишь теоретическим предположением, не имеющим экспериментального подтверждения, однако на ее основе Максвеллу удалось записать непротиворечивую систему уравнений, описывающих взаимные превращения электрического и магнитного полей, т. е. систему уравнений **электромагнитного поля** (уравнений Максвелла). Из теории Максвелла вытекает ряд важных выводов:

1. Существуют электромагнитные волны, то есть распространяющееся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны

$$\vec{E} \quad \vec{B}$$

поперечны – векторы \vec{E} и \vec{B} перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (рис. 2.6.3).

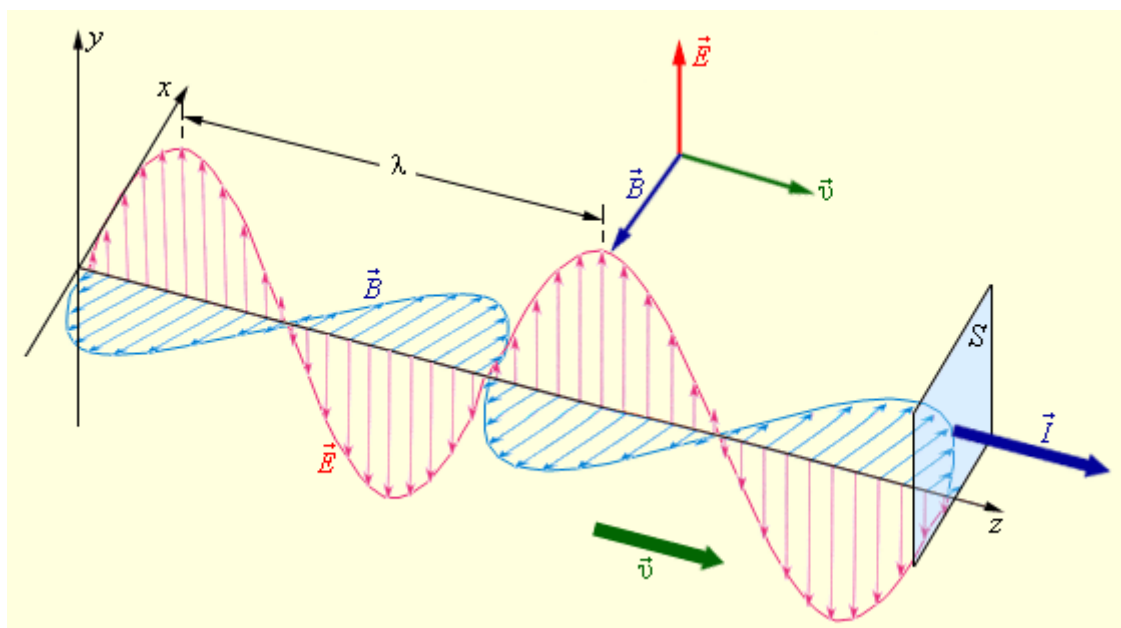


Рисунок 2.6.3.

$$\vec{E} \quad \vec{B} \quad \vec{v}$$

Синусоидальная (гармоническая) электромагнитная волна. Векторы \vec{E} , \vec{B} и \vec{v} взаимно перпендикулярны.

2. Электромагнитные волны распространяются в веществе с **конечной скоростью**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}}$$

Здесь ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества, ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные: $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\mu_0 = 1,25664 \cdot 10^{-6}$ Гн/м.

Скорость электромагнитных волн в вакууме ($\epsilon = \mu = 1$):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Скорость c распространения электромагнитных волн в вакууме является одной из фундаментальных физических постоянных.

Вывод Максвелла о конечной скорости распространения электромагнитных волн находился в противоречии с принятой в то время **теорией дальнего действия**, в которой скорость распространения электрического и магнитного полей принималась бесконечно большой. Поэтому теорию Максвелла называют теорией **близкого действия**.

3. В электромагнитной волне происходят взаимные превращения электрического и магнитного полей. Эти процессы идут одновременно, и электрическое и магнитное поля выступают как равноправные «партнеры». Поэтому объемные плотности электрической и магнитной энергии равны друг другу: $w_э = w_м$.

$$\frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

\vec{B}

\vec{E}

Отсюда следует, что в электромагнитной волне модули индукции магнитного поля B и напряженности электрического поля E в каждой точке пространства связаны соотношением

$$B = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} E$$

4. Электромагнитные волны переносят энергию. При распространении волн возникает поток электромагнитной энергии. Если выделить площадку S (рис. 2.6.3), ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны, то за малое время Δt через площадку протечет энергия $\Delta W_{эм}$, равная

$$\Delta W_{эм} = (w_э + w_м)vS\Delta t.$$

Плотностью потока или **интенсивностью** I называют электромагнитную энергию, переносимую волной за единицу времени через поверхность единичной площади:

$$I = \frac{1}{S} \frac{\Delta W_{эм}}{\Delta t} = (w_э + w_м)v.$$

Подставляя сюда выражения для $w_э$, $w_м$ и v , можно получить:

$$I = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot E^2 = \frac{EB}{\mu\mu_0}$$

\vec{I} ,

Поток энергии в электромагнитной волне можно задавать с помощью вектора \vec{I} направление которого совпадает с направлением распространения волны, а модуль равен EB / μ_0 . Этот вектор называют **вектором Пойнтинга** (1885 г.).

В синусоидальной (гармонической) волне в вакууме среднее значение I_{cp} плотности потока электромагнитной энергии равно

$$I_{cp} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$$

где E_0 – амплитуда колебаний напряженности электрического поля.

Плотность потока энергии в СИ измеряется в **ваттах на квадратный метр** (Вт/м²).

5. Из теории Максвелла следовало, что электромагнитные волны должны оказывать давление на поглощающее или отражающее тело. Давление электромагнитного излучения объясняется тем, что под действием электрического поля волны в веществе возникают слабые токи, то есть упорядоченное движение заряженных частиц. На эти токи действует сила Ампера со стороны магнитного поля волны, направленная в толщу вещества. Эта сила и создает результирующее давление. Обычно давление электромагнитного излучения ничтожно мало. Так, например, давление солнечного излучения, приходящего на Землю, на абсолютно поглощающую поверхность составляет примерно 5 мкПа. Первые эксперименты по определению давления излучения на отражающие и поглощающие тела, подтвердившие вывод теории Максвелла, были выполнены П. Н. Лебедевым (1900 г.). опыты Лебедева имели огромное значение для утверждения электромагнитной теории Максвелла.

Существование давления электромагнитных волн позволяет сделать вывод о том, что электромагнитному полю присущ **механический импульс**. Импульс электромагнитного поля в единичном объеме выражается соотношением

$$g = \frac{w_{эм}}{c},$$

где $w_{эм}$ – объемная плотность электромагнитной энергии, c – скорость распространения волн в вакууме. Наличие электромагнитного импульса позволяет ввести понятие электромагнитной массы.

Для поля в единичном объеме

$$\rho_{эм} = \frac{g}{c} = \frac{w_{эм}}{c^2}.$$

Отсюда следует:

$$w_{эм} = \rho_{эм} c^2.$$

Это соотношение между массой и энергией электромагнитного поля является универсальным законом природы. Согласно специальной теории относительности (см. гл. IV), оно справедливо для любых тел независимо от их природы и внутреннего строения.

Таким образом, электромагнитное поле обладает всеми признаками материальных тел – энергией, конечной скоростью распространения, импульсом, массой. Это говорит о том, что электромагнитное поле является одной из форм существования материи.

6. Первое экспериментальное подтверждение электромагнитной теории Максвелла было дано примерно через 15 лет после создания теории в опытах Г. Герца (1888 г.). Герц не только экспериментально доказал существование электромагнитных волн, но впервые начал изучать их свойства – поглощение и преломление в разных средах, отражение от металлических поверхностей и т. п. Ему удалось измерить на опыте длину волны и скорость распространения электромагнитных волн, которая оказалась равной скорости света.

Опыты Герца сыграли решающую роль для доказательства и признания электромагнитной теории Максвелла. Через семь лет после этих опытов электромагнитные волны нашли применение в беспроводной связи (А. С. Попов, 1895 г.).

7. Электромагнитные волны могут возбуждаться только **ускоренно движущимися зарядами**. Цепи постоянного тока, в которых носители заряда движутся с неизменной скоростью, не являются источником электромагнитных волн. В современной радиотехнике излучение электромагнитных волн производится с помощью антенн различных конструкций, в которых возбуждаются быстроперемменные токи.

Простейшей системой, излучающей электромагнитные волны, является небольшой по размерам электрический диполь, дипольный момент $p(t)$ которого быстро изменяется во времени.

Такой элементарный диполь называют **диполем Герца**. В радиотехнике диполь Герца эквивалентен небольшой антенне, размер которой много меньше длины волны λ (рис. 2.6.4).

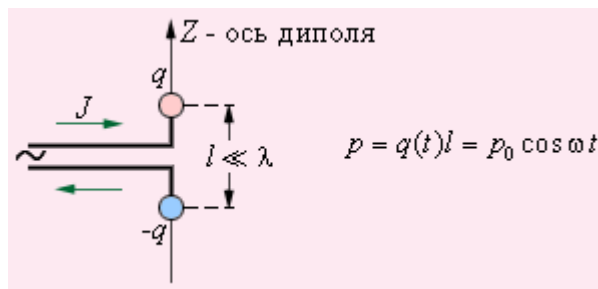


Рисунок 2.6.4. Элементарный диполь, совершающий гармонические колебания.

Рис. 2.6.5 дает представление о структуре электромагнитной волны, излучаемой таким диполем.

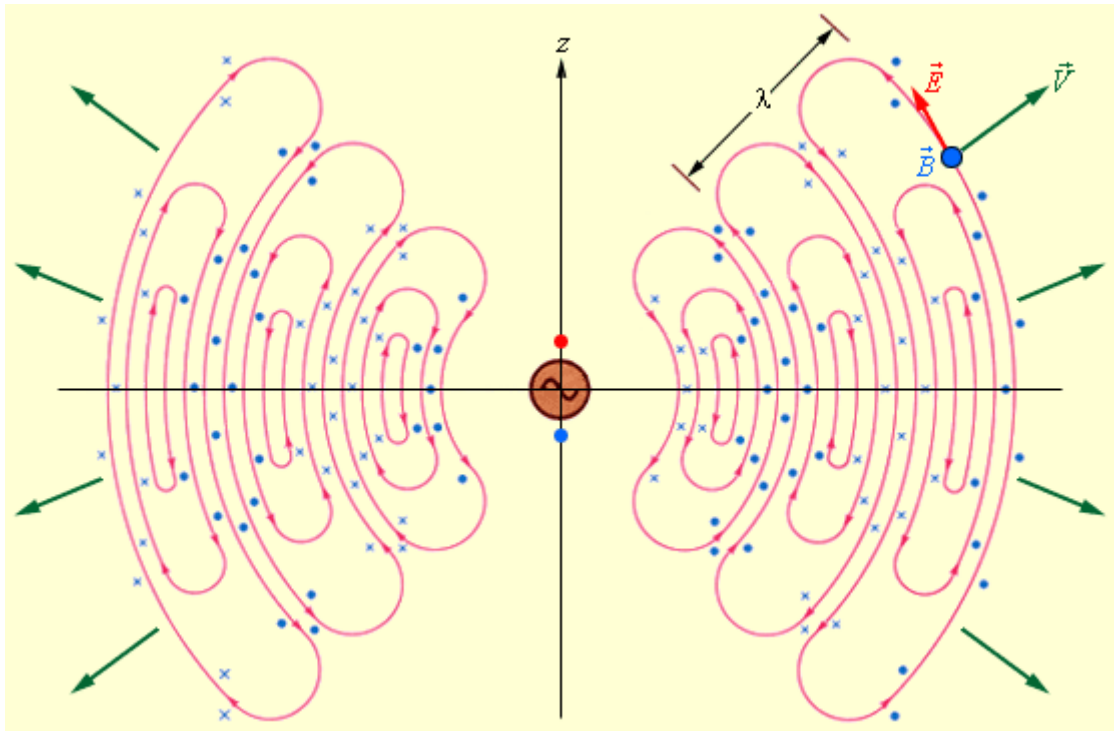


Рисунок 2.6.5.
Излучение элементарного диполя.

Следует обратить внимание на то, что максимальный поток электромагнитной энергии излучается в плоскости, перпендикулярной оси диполя. Вдоль своей оси диполь не излучает энергии. Герц использовал элементарный диполь в качестве излучающей и приемной антенн при экспериментальном доказательстве существования электромагнитных волн.